

Балаковский инженерно-технологический институт – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Факультет атомной энергетики и технологий  
Кафедра «Физика и естественнонаучные дисциплины»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»

### **Специальность**

«14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»

### **Основная профессиональная образовательная программа**

«Системы контроля и управления атомных станций»

### **Квалификация выпускника**

инженер-физик

### **Форма обучения**

Очная

## Цель освоения дисциплины

Целью изучения основных понятий векторного и тензорного анализа, действий над тензорами и тензорными полями. Также в рамках данного курса ставится цель научить студентов владеть понятием тензора и применять аппарат тензорного исчисления при решении задач теоретической механики, физики, механики сплошной среды.

Задачи изучения дисциплины:

- познакомить студентов с основными понятиями векторного и тензорного анализа;
- овладеть навыками преобразования компонент тензора при преобразованиях пространства;
- овладеть навыками преобразования компонент тензора при переходе к криволинейной системе координат;
- показать примеры применения тензорного исчисления (анализа) при решении различных задач теоретической механики, физики, некоторых задач механики сплошной среды.

## Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО

Для освоения данной дисциплины требуются знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Знания, полученные при изучении дисциплины, помогут студентам при изучении других дисциплин базовой части программы: «Уравнения математической физики», «Методы принятия решений», «Теоретическая механика», в научно-исследовательской работе и дипломном проектировании, а также в дальнейшей профессиональной деятельности.

## Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В процессе освоения данной дисциплины у студента формируются следующие компетенции:

универсальные:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования поставленных задач	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У - УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В - УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

общефессиональные компетенции:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1	Способен	З - ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных

использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У - ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат В - ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общезначимых законов и принципов
--	--

### Задачи воспитания, реализуемые в рамках освоения дисциплины

Направление/ цели	Создание условий, обеспечивающих	Использование воспитательного потенциала учебных дисциплин	Вовлечение в разноплановую внеучебную деятельность
<b>Профессиональное и трудовое воспитание</b>	формирование культуры исследовательской и инженерной деятельности <b>(В16)</b>	Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для формирования инженерного мышления и инженерной культуры за счёт практических студенческих исследований современных производственных систем; проектной деятельности студентов по разработке и оптимизации технологических систем, связанной с решением реальных производственных задач; прохождения через разнообразные игровые, творческие, фестивальные формы, требующие анализа сложного объекта, постановки относительно него преобразовательных задач для их оптимального решения.	1. Организация научно-практических конференций и встреч с ведущими специалистами предприятий города и ветеранами атомной отрасли. 2. Организация и проведение предметных олимпиад и участие в конкурсах профессионального мастерства. 3. Участие в ежегодных акциях студенческих строительных отрядов

### Структура и содержание учебной дисциплины

Дисциплина преподается студентам в 3-ем семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 ак. часов.

## Календарный план

№ Р а з д е л а	№ Т е м ы	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности (в часах)					Аттестация раздела (форма)	Максимальный балл за раздел
			Всего	Лекции	Лабораторные	Практические	СРС		
<b>1 раздел: Действия с векторами</b>									
1	1	Основные понятия векторной алгебры.	12/2	2	-	2/2	8	Т1	15
1	2	Элементы векторной алгебры.	12/2	2	-	2/2	8		
1	3	Виды систем координат и векторов.	12/2	2	-	2/2	8		
1	4	Ковариантные и контравариантные вектора.	12/2	2	-	2/2	8		
<b>2 раздел: Тензорный анализ</b>									
2	5	Тензорная алгебра.	20/4	6	-	6/4	8	Т2	15
2	6	Метрический тензор, преобразование тензоров.	20/4	6	-	6/4	8		
<b>3 раздел: Векторный анализ</b>									
3	7	Векторный анализ - основные определения.	20/4	6		6/4	8	Т3	20
3	8	Интегральные теоремы векторного анализа.	26/4	8		8/4	10		
3	9	Основные операции векторного дифференцирования	26/4	8		8/4	10		
3	10	Криволинейные системы координат.	20/4	6		6/4	8		
<b>Вид промежуточной аттестации</b>			<b>180/32</b>	<b>48</b>	<b>-</b>	<b>48/32</b>	<b>84</b>	<b>Э</b>	<b>50</b>

\* - сокращенное наименование формы контроля

\*\* - сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращенное наименование форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
Т	Тестирование
Э	Экзамен

### Содержание лекционного курса

Темы лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Всего часов	Учебно-методическое обеспечение
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>Тема 1. Основные понятия векторной алгебры.</b> Скаляры. Определение вектора, геометрическая интерпретация, виды записи вектора. Противоположный вектор. Нуль вектор. Физический смысл вектора. Сложение и вычитание векторов.	2	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)

<p><b>Тема 2. Элементы векторной алгебры.</b> Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Условие линейной независимости трех векторов. Разложение векторов. Векторный базис. Декартов базис. Скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение векторов - определение, вычисление в декартовой системе координат. Преобразование ортов двух ортогональных базисов. Ортогональные преобразования.</p>	2	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 3. Виды систем координат и векторов.</b> Векторный базис. Изменение векторного базиса при повороте и смещении декартовой системы координат. Косоугольная система координат. Свободный вектор, скользящий вектор, связанный вектор.</p>	2	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 4. Ковариантные и контравариантные вектора.</b> Тензор преобразования при переходе от одной к другой косоугольной системе координат. Обозначения. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.</p>	2	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 5. Тензорная алгебра.</b> Определение тензора <math>n</math>-го ранга. Геометрическое представление матриц тензора второго и тензора третьего ранга. Сложение тензоров. Умножение тензоров. Единичный тензор.</p>	6	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 6. Метрический тензор, преобразование тензоров.</b> Метрический тензор. Матрицы преобразования. Главные оси тензора. Приведение тензора к главным осям. Использование тензора при переходе от ковариантных векторов к контравариантным векторам. Преобразование компонент тензоров и векторов при повороте координатной плоскости. Инварианты тензора. Признак тензорности величины. Инвариантность тензорных уравнений. Линейное <math>n</math>-мерное пространство. Векторы и тензоры <math>svp</math>-мерном пространстве.</p>	6	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 7. Векторный анализ - основные определения.</b> Вектор-функция скалярного аргумента. Производная вектор-функции скалярного аргумента. Тензорное поле. Дифференцирование тензорного поля по координате. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Векторное поле. Векторные линии. Уравнение векторных линий.</p>	6	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 8. Интегральные теоремы векторного анализа.</b> Поток векторного поля. Теорема Остроградского-Гаусса для векторных полей. Дивергенция векторного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса для векторных полей. Ротор векторного поля.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 9. Основные операции векторного дифференцирования.</b> Оператор Гамильтона. Запись основных операций векторного дифференцирования в векторном виде с оператором Гамильтона и в декартовой системе координат. Запись основных операций векторного дифференцирования в тензорном виде. Векторные дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p><b>Тема 10. Криволинейные системы координат.</b> Определение. Коэффициенты Ламэ. Локальный базис. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в криволинейных системах координат.</p>	6	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>

## Перечень практических занятий

Тема практического занятия. Вопросы, обрабатываемые на практическом занятии	Всего часов	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3
<p><b>Тема 1. Основные понятия векторной алгебры.</b> Скаляры. Определение вектора, геометрическая интерпретация, виды записи вектора. Противоположный вектор. Ноль вектор. Физический смысл вектора. Сложение и вычитание векторов. Решение задач</p>	2/2	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 2. Элементы векторной алгебры.</b> Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Условие линейной независимости трех векторов. Разложение векторов. Векторный базис. Декартов базис. Скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение векторов - определение, вычисление в декартовой системе координат. Преобразование ортов двух ортогональных базисов. Ортогональные преобразования. Решение задач</p>	2/2	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 3. Виды систем координат и векторов.</b> Векторный базис. Изменение векторного базиса при повороте и смещении декартовой системы координат. Косоугольная система координат. Свободный вектор, скользящий вектор, связанный вектор. Решение задач</p>	2/2	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 4. Ковариантные и контравариантные вектора.</b> Тензор преобразования при переходе от одной к другой косоугольной системе координат. Обозначения. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Решение задач</p>	2/2	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 5. Тензорная алгебра.</b> Определение тензора <math>n</math>-го ранга. Геометрическое представление матриц тензора второго и тензора третьего ранга. Сложение тензоров. Умножение тензоров. Единичный тензор. Решение задач</p>	6/4	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 6. Метрический тензор, преобразование тензоров.</b> Метрический тензор. Матрицы преобразования. Главные оси тензора. Приведение тензора к главным осям. Использование тензора при переходе от ковариантных векторов к контравариантным векторам. Преобразование компонент тензоров и векторов при повороте координатной плоскости. Инварианты тензора. Признак тензорности величины. Инвариантность тензорных уравнений. Линейное <math>n</math>-мерное пространство. Векторы и тензоры свп – мерном пространстве. Решение задач</p>	6/4	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 7. Векторный анализ - основные определения.</b> Вектор-функция скалярного аргумента. Производная вектор-функции скалярного аргумента. Тензорное поле. Дифференцирование тензорного поля по координате. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Векторное поле. Векторные линии. Уравнение векторных линий.</p>	6/4	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<p><b>Тема 8. Интегральные теоремы векторного анализа.</b> Поток векторного поля. Теорема Остроградского-Гаусса для векторных полей. Дивергенция векторного поля. Циркуляция векторного</p>	8/4	Основная литература (1,2) Дополнительная

поля. Теорема Стокса для векторных полей. Ротор векторного поля. Решение задач		литература (3-5)
<b>Тема 9. Основные операции векторного дифференцирования.</b> Оператор Гамильтона. Запись основных операций векторного дифференцирования в векторном виде с оператором Гамильтона и в декартовой системе координат. Запись основных операций векторного дифференцирования в тензорном виде. Векторные дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа. Решение задач	8/4	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
<b>Тема 10. Криволинейные системы координат.</b> Определение. Коэффициенты Ламэ. Локальный базис. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в криволинейных системах координат. Решение задач	6/4	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)

### Перечень лабораторных работ - не предусмотрены учебным планом

#### Задания для самостоятельной работы студентов

Вопросы для самостоятельного изучения (задания)	Всего часов	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3
Скаляры. Векторы - определение, правило сложения. Линейная зависимость векторов. Векторный базис. Декартов базис. Ортогональные матрицы. Разложение векторов по базисным векторам. Правила операций над матрицами. Аффинная система координат. Полярная система координат. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве. Определение и основные свойства группы. Замкнутость. Ассоциативный закон. Обратный элемент.	8	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
Операции над векторами. Геометрическая интерпретация, виды записи вектора, Физический смысл вектора. Сложение и вычитание векторов. Скалярное и векторное умножение векторов, смешанное произведение векторов, двойное векторное произведение векторов. Физический и геометрический смысл этих произведений. Векторный базис. Изменение векторного базиса при повороте и смещении декартовой системы координат. Косоугольная система координат. Свободный вектор, скользящий вектор, связанный вектор.	8	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)
Перестановочные элементы. Коммутативные операции. Коммутативные группы. Конечная и бесконечная группы. Законы сокращения. Подгруппы. Несобственные и собственные подгруппы. Теорема Лагранжа. Циклические группы. Порядок элемента группы. Произведения подмножеств. Смежные классы. Сопряженные элементы и подгруппы. Нормальные делители. Фактор-группы. Центр. Нормализаторы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп Аддитивные группы.	8	Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)

<p>Контравариантные и ковариантные координаты вектора. Их преобразование при переходе к другому базису.</p> <p>Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Абсолютные и относительные тензоры. Ранг тензора. Абсолютный скаляр. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор. Смешанный тензор Равенство тензоров. Нуль-тензор. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символы Кронекера, Леви-Чивита. Абсолютное дифференциальное исчисление. Ковариантное дифференцирование.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p>Понятие тензора. Ранг тензора. Свойство инвариантности. Скаляр как тензор нулевого ранга. Вектор как тензор первого ранга. Примеры тензоров первого ранга. Преобразование компонент вектора. Тензор третьего ранга. Примеры тензоров третьего ранга (тензор напряжений, тензор деформаций, тензор моментов инерции, тензор скоростей деформаций). Определение тензора произвольного порядка. Преобразование компонент тензора при повороте плоскости вокруг перпендикулярной оси.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p>Применение метрического тензора.</p> <p>Скалярное и векторное поле. Векторный элемент линии и длина дуги. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы. Градиент, дивергенция и ротор. Полный дифференциал, полная производная и производная по направлению. Производные высших порядков по направлению. Ряд Тейлора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p>Поток векторного поля. Теорема Остроградского - Гаусса для векторных полей. Дивергенция векторного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса для векторных полей. Ротор векторного поля. Теорема Гаусса и ее применение в физике.</p>	8	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-5)</p>
<p>Следствия из интегральных теорем: 1-я и 2-я формулы Грина.</p> <p>Основная теорема векторного анализа - построение потенциального и соленоидального векторных полей. Примеры векторных и тензорных полей в геометрии, механике и физике.</p> <p>Векторные и ковекторные поля. Тензорные поля. Координатные представления тензорных полей. Случай произвольных криволинейных координат. Поведение тензоров при отображениях. Алгебраические операции над тензорными полями. Симметричные и антисимметричные тензорные поля. Метрические псевдо-метрические тензоры. Операции поднятия и опускания индексов тензорных полей. Дифференциальные формы. Операция внешнего произведения дифференциальных форм.</p> <p>Дифференциальное исчисление антисимметричных тензорных полей. Внешний дифференциал формы. Градиент, ротор, дивергенция. Оператор Лапласа. Тензорная форма уравнений Максвелла.</p> <p>Общая теорема Стокса. Теоремы Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса.</p>	28	<p>Основная литература (1,2) Дополнительная литература (3-6)</p>



## Образовательные технологии

При реализации учебного материала курса используются различные образовательные технологии, способствующие созданию атмосферы свободной и творческой дискуссии как между преподавателем и студентами, так и в студенческой группе. Целью при этом является выработка у студентов навыков и компетенций, позволяющих самостоятельно вести исследовательскую и научно-педагогическую работу.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций, практических занятий с использованием ПК и компьютерного проектора. Самостоятельная работа студентов проводится под руководством преподавателей, с оказанием консультаций и помощи при подготовке к практическим занятиям.

## Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

№ п/п	Наименование контролируемых разделов (темы)	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Наименование оценочного средства
Входной контроль			
1	Входной контроль		Вопросы входного контроля (письменно)
Аттестация разделов, текущий контроль успеваемости			
2	Действия с векторами	З-УКЕ - 1, У-УКЕ - 1, В-УКЕ - 1, З-ОПК - 1, У-ОПК - 1, В-ОПК - 1	Тестирование (письменно)
3	Тензорный анализ	З-УКЕ - 1, У-УКЕ - 1, В-УКЕ - 1, З-ОПК - 1, У-ОПК - 1, В-ОПК - 1	Тестирование (письменно)
4	Векторный анализ	З-УКЕ - 1, У-УКЕ - 1, В-УКЕ - 1, З-ОПК - 1, У-ОПК - 1, В-ОПК - 1	Тестирование (письменно)
Промежуточная аттестация			
5	Экзамен	З-УКЕ - 1, У-УКЕ - 1, В-УКЕ - 1, З-ОПК - 1, У-ОПК - 1, В-ОПК - 1	Вопросы к экзамену (письменно)

Входной контроль проводится перед изучением дисциплины с целью проверки знаний, навыков и умений, необходимых для изучения дисциплины. Входной контроль проводится по заданиям, которые соответствуют программам дисциплин-пререквизитов. Его проводит преподаватель со всеми студентами на первом практическом занятии в форме теста, на каждый из которых отводится 1,5-2 минуты. Таким образом, общее время входного контроля составляет не более 20 минут.

Деление тестов входного контроля по вариантам отсутствует.

После окончания тестирования на бумажном носителе преподаватель осуществляет сбор всех результатов для их проверки. Ответы слушателей проверяются преподавателем, после чего резюмируются результаты входного тестирования студентов, в целом по группе.

Входной контроль носит диагностический характер. Его результаты не могут влиять на оценку в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

### *Перечень тестовых вопросов входного контроля:*

1. Что такое матрица?
  - a) число;
  - b) таблица;

- c) вектор;
- d) функция.

2. Что такое нуль – матрица?

- a) Прямоугольная матрица;
- b) Матрица, все элементы которой – нули;
- c) Матрица, на главной диагонали которой находятся нули;
- d) Матрица, содержащая ряд, все элементы которого – нули.

3. Какая матрица называется квадратной?

- a) матрица, у которой число строк равно числу столбцов;
- b) матрица, определитель которой есть квадрат числа;
- c) матрица, определитель которой равен единице;
- d) матрица, у которой число столбцов больше числа строк.

4. Найти матрицу  $3A+2B$ , если

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

- a)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$
- b)  $\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}$
- c)  $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}$
- d)  $\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ -17 & 2 \end{bmatrix}$

5. Укажите формулу для нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений при помощи метода Крамера.

a).  $x_i = \frac{D_i}{D}$ ;    b).  $x_i = \frac{D}{D_i}$ ;    c).  $x_i = \frac{A^{-1}}{D_i}$ ;    d).  $x_i = \frac{D_i}{A^{-1}}$ .

6. Скалярное произведение двух векторов это:

- a) вектор?    b) матрица?    c) скаляр (число)?    d) уравнение?

7. Векторное произведение ненулевых векторов  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$  тогда и только тогда, когда:

- a)  $\vec{a} \perp \vec{b}$  ?    b)  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  ?    c)  $\vec{a} = \vec{b}$  ?    d)  $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} > 90^\circ$  ?

8. Координаты вектора  $\vec{AB}$ , если  $A(3,0,3)$ ,  $B(-1,-4,3)$ , равны

- a)  $\{-4, -4, 0\}$ ,    b)  $\{4, -4, 0\}$ ,    c)  $\{4, 4, 0\}$ ,    d)  $\{-4, -4, 4\}$ .

9. Длина вектора  $\vec{AB}$ , если  $A(3,0,3)$ ,  $B(-1,-4,3)$ , равна

- a)  $\sqrt{17}$ ,    b)  $2\sqrt{2}$ ,    c)  $4\sqrt{2}$ ,    d)  $\sqrt{2}$ .

10. Являются ли векторы  $\vec{a} = \{-2, 2, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{-1, -2, 2\}$  перпендикулярными?

- a) да,    b) нет.

11. Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1;2)$  перпендикулярно прямой  $-3x+y+3=0$  имеет вид ...

- a)  $2x-3y+4=0$ ,
- b)  $x+3y-7=0$ ,

c)  $-3x+y+2=0$ ,

d)  $3x-y-1=0$ .

12. Уравнение  $3x-4y+12=0$  преобразуйте к уравнению в отрезках...

a)  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$ ,      b)  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ ,      c)  $\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1$ ,      d)  $\frac{x}{-4} - \frac{y}{3} = 1$ .

13. Написать уравнение прямой, проходящей через две заданные точки A(3;2) и B(4;-1).

a)  $3x+y-11=0$ , b)  $3x-y+11=0$ , c)  $x+y-12=0$ , d)  $3x+2y-11=0$ .

14. Уравнение гиперболы с полуосями  $a=3$ ,  $b=4$ , действительной осью Oх и центром в начале координат имеет вид...

a)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ,      b)  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ ,

c)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ,      d)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

15. Найдите острый угол между прямыми  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$  и  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$ .

a)  $90^0$ ;      b)  $30^0$ ;      c)  $45^0$ ,      d)  $60^0$

**Перечень задач для практических занятий:**

**ЗАДАНИЕ 1.** Найти производную функции:

1.	$z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$ в точке (3; 1) в направлении от этой точки к точке (6; 5).
2.	$z = \arctg xy$ в точке (1; 1) в направлении биссектрисы 1-го координатного угла.
3.	$z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ в точке (2; 1) в направлении от этой точки к началу координат.
4.	$z = \arctg \frac{x}{y}$ в точке (1; 1) в направлении луча, образующего угол в $60^0$ с осью OX.
5.	$z = \ln(e^x + e^y)$ в начале координат в направлении луча, образующего угол в $30^0$ с осью OX.
6.	$z = \arctg \frac{y}{x}$ в точке (1; 3) по направлению вектора $\vec{e} = \{3; 4\}$ .
7.	$z = x^2 - xy - 2y^2$ в точке (1; 2) в направлении, составляющем с осью OX угол в $60^0$ .
8.	$z = 3x^4 + xy + y^2$ в точке (1; 2) в направлении вектора, образующего с осью OX угол в $45^0$ .
9.	$z = \arctg \frac{y}{x}$ в точке (3; 1) по направлению вектора $\vec{e} = \{3; 4\}$ .

10.	$z = \ln(e^x + e^y)$ в точке (1; 1) в направлении биссектрисы 1-го координатного угла.
11.	$z = x^2 - 3xy + 5$ в точке (1; 2) в направлении от этой точки к точке (1; 1).
12.	$z = xy^2 + x^3 - xy$ в точке (1; 1) в направлении, образующем углы $\alpha = 30^\circ$ , $\beta = 60^\circ$ .
13.	$z = 2xy^2 + y^3 + 3xy$ в точке (4; 1) в направлении от этой точки к точке (5; 1).
14.	$z = xy$ в точке (5; 1) в направлении от этой точки к точке (9; 4).
15.	$z = x^2y + x^3$ в точке (1; 1) по направлению вектора $\vec{e} = \{1; -1\}$ .
16.	$z = x^3 + 3x^2y + 6xy + y^2$ в точке (1; 1) в направлении от этой точки к точке (2; 2).
17.	$z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$ в точке (3; 1) в направлении от этой точки к точке (6; 5).
18.	$z = \arctg xy$ в точке (1; 1) в направлении биссектрисы 1-го координатного угла.

### Задание 2.

Найдите производную скалярного поля  $u(x,y,z)$  в точке  $M_0$  по направлению к точке  $M_1$ .  
Определите характер изменения в точке  $M_0$ .

- $u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  $M_0(3,0,-4)$ ;  $M_1(2,-1,-3)$ ;
- $u = (1 + x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$ ;  $M_0(0,-3,4)$ ;  $M_1(-1,-2,-3)$ ;
- $u = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}$ ;  $M_0(1,1,0)$ ;  $M_1(2,-1,-1)$ ;
- $u = x\sqrt{y} - (z+x)\sqrt{x}$ ;  $M_0(1,1,-2)$ ;  $M_1(-2,0,-1)$ ;
- $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$ ;  $M_0(3,4,1)$ ;  $M_1(1,6,2)$ ;
- $u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$ ;  $M_0(1,-2,4)$ ;  $M_1(2,-3,2)$ ;
- $u = \arctg \frac{y}{x} + xz$ ;  $M_0(2,2,-1)$ ;  $M_1(4,-1,-2)$ ;
- $u = 2 \ln(2 + x^2) - 4xyz$ ;  $M_0(0,1,2)$ ;  $M_1(1,2,4)$ ;
- $u = x\sqrt{y} - yz^2$ ;  $M_0(2,1,-1)$ ;  $M_1(0,1,2)$ ;
- $u = xz^2 - x\sqrt{xy}$ ;  $M_0(1,4,1)$ ;  $M_1(0,5,-1)$ ;
- $u = x^2y - \sqrt{x^2 + 2z^2}$ ;  $M_0(2,2,3)$ ;  $M_1(2,0,5)$ ;
- $u = \ln(1 + x^2) - 4xyz^2$ ;  $M_0(3,2,1)$ ;  $M_1(2,0,3)$ ;
- $u = x\sqrt{y} - y\sqrt{z}$ ;  $M_0(2,4,4)$ ;  $M_1(4,4,2)$ ;
- $u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  $M_0(3,0,-4)$ ;  $M_1(2,-1,-3)$ ;
- $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - 4xz$ ;  $M_0(0,-3,4)$ ;  $M_1(-1,-2,-3)$ ;
- $u = x + \ln(y^2 + z^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  $M_0(2,1,1)$ ;  $M_1(4,0,-3)$ ;
- $u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$ ;  $M_0(1,5,-2)$ ;  $M_1(1,3,0)$ ;
- $u = x(\ln y - \arctg z)$ ;  $M_0(0,1,1)$ ;  $M_1(-2,4,3)$ .

### Задача 3.

Найдите скорость и направление наибыстрейшего возрастания поля  $u=u(x,y,z)$  в точке  $M_0$ .

- $u = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz$ ;  $M_0(1,1,1)$ ;
- $u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z}$ ;  $M_0(2,4,4)$ ;
- $u = -2 \ln(x^2 - 5) - 4xyz$ ;  $M_0(1,1,1)$ ;
- $u = x\sqrt{y} - (z+x)\sqrt{x}$ ;  $M_0(1,1,-2)$ ;
- $u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  $M_0(3,0,-4)$ ;

6.  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - 4xyz$ ;  $M_0(0, -3, 4)$ ;
7.  $u = x + \ln(y^2 + z^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  $M_0(2, 1, 1)$ ;
8.  $u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$ ;  $M_0(1, 5, -2)$ ;
9.  $u = x(\ln y - \arctg z)$ ;  $M_0(0, 1, 1)$ ;
10.  $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$ ;  $M_0(3, 4, 1)$ ;
11.  $u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$ ;  $M_0(1, -2, 4)$ ;
12.  $u = \arctg \frac{y}{x} + xz$ ;  $M_0(2, 2, -1)$ ;
13.  $u = 2 \ln(2 + x^2) - 4xyz$ ;  $M_0(0, 1, 2)$ ;
14.  $u = x\sqrt{y} - yz^2$ ;  $M_0(2, 1, -1)$ ;
15.  $u = xz^2 - x\sqrt{xy}$ ;  $M_0(1, 4, 1)$ ;
16.  $u = x^2y - \sqrt{x^2 + 2z^2}$ ;  $M_0(2, 2, 3)$ ;
17.  $u = \ln(1 + x^2) - 4xyz^2$ ;  $M_0(3, 2, 1)$ ;
18.  $u = x\sqrt{y} - y\sqrt{z}$ ;  $M_0(2, 4, 4)$ ;

#### Задание 4

Найдите угол между нормальными к поверхностям уровня полей  $u = u(x, y, z)$  и  $v = v(x, y, z)$  в точке  $M$ , если нормали направлены в сторону возрастания функций этих полей.

$$1) \quad v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3; \quad u = \frac{yz^2}{x^2}; \quad M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right);$$

$$2) \quad v = \frac{4\sqrt{6}}{x} - \frac{\sqrt{6}}{9y} + \frac{3}{z}; \quad u = x^2yz^3; \quad M\left(2, \frac{1}{3}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right);$$

$$3) \quad v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}; \quad u = \frac{z^3}{xy^2}; \quad M\left(\frac{1}{3}, 2, \sqrt{\frac{3}{2}}\right);$$

$$4) \quad v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{z\sqrt{6}}; \quad u = \frac{z}{x^3y^2}; \quad M\left(1, 2, \frac{1}{\sqrt{6}}\right);$$

- 5)  $v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3;$   $u = \frac{x^2}{yz^2};$   $M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right);$
- 6)  $v = 3\sqrt{2}x^2 - \frac{y^2}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2}z^2;$   $u = \frac{z^2}{xy^2};$   $M\left(\frac{1}{3}, 2, \sqrt{\frac{2}{3}}\right);$
- 7)  $v = 6\sqrt{6}x^3 + 6\sqrt{6}y^3 + 2z^3;$   $u = \frac{xz^2}{y};$   $M\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, 1\right);$
- 8)  $v = \frac{\sqrt{6}}{2x} - \frac{\sqrt{6}}{2y} + \frac{2}{3z};$   $u = \frac{yz^2}{x};$   $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right);$
- 9)  $v = 3\sqrt{2}x^2 - \frac{y^2}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2}z^2;$   $u = \frac{xy^2}{z^2};$   $M\left(\frac{1}{3}, 2, \sqrt{\frac{2}{3}}\right);$
- 10)  $v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{z\sqrt{6}};$   $u = \frac{x^3y^2}{z};$   $M\left(1, 2, \frac{1}{\sqrt{6}}\right);$
- 11)  $v = -\frac{4\sqrt{2}}{x} + \frac{\sqrt{2}}{9y} + \frac{1}{\sqrt{3}z};$   $u = \frac{1}{x^2yz};$   $M\left(2, \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right);$
- 12)  $v = \frac{6}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}z};$   $u = \frac{x^2}{y^2z^3};$   $M\left(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right);$
- 13)  $v = x^2 + 9y^2 + 6z^2;$   $u = xyz;$   $M\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right);$
- 14)  $v = \frac{2}{x} + \frac{3}{2y} - \frac{\sqrt{6}}{4z};$   $u = \frac{y^3}{x^2z};$   $M\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}\right);$
- 15)  $v = \sqrt{2}x^2 - \frac{3y^2}{\sqrt{2}} - 6\sqrt{2}z^2;$   $u = xy^2z;$   $M\left(1, \frac{2}{3}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right);$
- 16)  $v = -\frac{\sqrt{6}}{2x} + \frac{\sqrt{6}}{2y} - \frac{2}{3z};$   $u = \frac{x}{z^2y};$   $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right);$
- 17)  $v = \frac{6}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}z};$   $u = \frac{y^2z^3}{x^2};$   $M\left(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right);$
- 18)  $v = \frac{1}{\sqrt{2}x} - \frac{2\sqrt{2}}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2z};$   $u = \frac{y^2z^3}{x};$   $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right);$

**Критерии оценки выполнения практических заданий:**

1. Правильно подобрана формула.
2. Соответствие расчетов.
3. Правильность и полнота использования вычислительных операций.
4. Соответствие ответам выводы.

Аттестация раздела по дисциплине проводится в форме тестирования. Тест содержит от 10 вопросов. На выполнение задания отводится 30 минут. Тест – это форма контроля, направленная на проверку уровня освоения контролируемого теоретического и практического материала по дидактическим единицам дисциплины (терминологический аппарат, основные методы).

Примерный перечень тестовых заданий:

**Тестовые задания 1. (Т1)**

Вопрос	Ответ
1. Что такое компланарные векторы	Векторы, лежащие в одной плоскости
1. Что такое коллинеарные векторы	Векторы, параллельные одной прямой.
3. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (1; 2)$ и $\vec{b} = (2; 3)$	$(\vec{a}, \vec{b}) = 7$
4. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = (1; 2; 0)$ и $\vec{b} = (2; 3; 0)$	$[\vec{a}, \vec{b}] = -\vec{k} = (0; 0; -1)$
5. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; 1; 1)$ и $\vec{b} = (2; 1; 0)$	$\alpha = 39,23^\circ$
6. Зависимы ли векторы $\vec{a} = (1; 1; 1)$ , $\vec{b} = (2; 1; 0)$ , $\vec{c} = (0; 1; 0)$	Независимы
7. Найти площадь треугольника со сторонами $\vec{b} = (2; 0; 0)$ , $\vec{a} = (1; 1; 1)$ .	$S = 0,816$
8. Записать матрицу преобразования компонент вектора при повороте системы координат вокруг оси OZ на угол $\alpha$	$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
9. Как изменятся проекции вектора $\vec{a} = (1; 2; 4)$ при повороте системы координат вокруг оси OZ на угол $45^\circ$	$\vec{a}' = \left( \frac{3}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 4 \right)$
10. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 30 \\ 2 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 22 \end{pmatrix}$	$RgA = 3$
11. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 18 \end{pmatrix}$
12. Найти длину вектора $[\vec{a}, \vec{b}]$ , если $\vec{a} = (2; 3; 4)$ , $\vec{b} = (2; 1; 0)$ , $\vec{c} = (4; -2; 0)$ .	$  [\vec{a}, \vec{b}]\  = 2,539$

13. Каков геометрический смысл векторного произведения векторов?	Площадь параллелограмма, построенного на этих векторах, равна модулю векторного произведения этих векторов, $S =  [\vec{a}, \vec{b}] $ .
14. Как связан вектор угловой скорости точки вращения $\vec{\omega}$ , находящейся на расстоянии $\vec{r}$ от оси вращения, и двигающейся с линейной скоростью $\vec{v}$ ?	$\vec{\omega} = [\vec{r}, \vec{v}]$
15. Какие есть виды произведения трех векторов?	Два вида: двойное векторное произведение и смешанное произведение векторов.
16. Что такое смешанное произведение трех векторов?	Скалярная величина, равная $(\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}])$
17. Что такое двойное векторное произведение трех векторов	Вектор $\vec{d} = [\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{c}(\vec{a}, \vec{b}) - \vec{b}(\vec{a}, \vec{c})$
18. Каков геометрический смысл смешанного векторного произведения?	Объем параллелограмма с ребрами их заданных векторов.

### Тестовые задания 2 (T2)

Вопрос	Ответ
1. Что такое тензор нулевого ранга?	Скаляр.
2. Что такое тензор первого ранга?	Вектор.
3. Что такое тензор второго ранга?	Девять чисел, образующих матрицу 3x3 и преобразующихся при повороте координат, как ху.
4. Что такое тензор третьего ранга?	27 чисел, образующих кубическую матрицу, 3x3x3 и преобразующихся при повороте координат, как ху.
5. Что такое тензор n –го ранга?	$3^n$ преобразующихся как произведение n координат.
6. Примеры тензоров второго ранга.	Тензор упругости, тензор деформаций, тензор момента инерции, тензор электропроводности.
7. Как складываются тензоры?	$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$ . Складываются почленно.
8. Как перемножаются тензоры?	Почленно, они образуют тензор четвертого ранга $A_{ijkn} = B_{ij} \cdot C_{kn}$ .
9. Что такое свертывание тензора?	Суммирование тензора по каким-либо двум индексам.
10. Что такое симметричный тензор?	$A_{ij} = A_{ji}$
11. Что такое антисимметричный тензор?	$A_{ij} = -A_{ji}$
12. Как выглядит единичный тензор?	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
13. Что такое главные оси тензора?	Система координат, в которой тензор имеет диагональный вид. $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$
14. Как выглядит преобразование координат с помощью тензора второго ранга $T_{ij}$	$\begin{aligned} a_{\bar{x}} &= t_{11} a_x + t_{21} a_y + t_{31} a_z \\ a_{\bar{y}} &= t_{12} a_x + t_{22} a_y + t_{32} a_z \\ a_{\bar{z}} &= t_{13} a_x + t_{23} a_y + t_{33} a_z \end{aligned}$



15. Что такое контравариантные компоненты вектора.	$\vec{a} = A^1 \vec{e}_1 + A^2 \vec{e}_2 + A^3 \vec{e}_3 = A^k \vec{e}_k.$ Это компоненты вектора в повернутой новой косоугольной системе координат.
16. Что такое ковариантные компоненты вектора?	$\vec{a} = A_1 \vec{c}^1 + A_2 \vec{c}^2 + A_3 \vec{c}^3$ Это компоненты вектора в связанной системе координат.
17. Как связаны базисы в ковариантной и контравариантной системах координат?	$\vec{e}^1 = \frac{[\vec{e}_2, \vec{e}_3]}{(\vec{e}_1, [\vec{e}_2, \vec{e}_3])}$ $\vec{e}^2 = \frac{[\vec{e}_3, \vec{e}_1]}{(\vec{e}_2, [\vec{e}_3, \vec{e}_1])}$ $\vec{e}^3 = \frac{[\vec{e}_1, \vec{e}_2]}{(\vec{e}_3, [\vec{e}_1, \vec{e}_2])}$

### Тестовые задания 3 (ТЗ)

1. Вычислите криволинейный интеграл первого рода  $\int_L (x - y) dl$ , где  $L$  – отрезок прямой от  $A(0;0)$  до  $B(4;3)$ .
2. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L (x + y) dl$ , где  $L$  – отрезок прямой, заключенный между точками  $A(0,0)$  и  $B(2,1)$ .
3. Вычислите  $\int_L x^2 dx + y dy + z dz$ , где  $L$  – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = t$   $\left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$ .
4. Дана функция  $u(M) = x^2 y + y^2 z + z^2 x$  и точки  $M_1(1, -1, 2)$ ,  $M_2(3, 4, -1)$ . Тогда, производная этой функции в т.  $M_1$  по направлению вектора  $\overrightarrow{M_1 M_2} \dots$
5. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = (x - 2z) \vec{i} + (x - 3y + z) \vec{j} + (5x + y) \vec{k}$  через верхнюю сторону треугольника  $ABC$ :  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ .
6. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a} = x^3 \vec{i} + y^3 \vec{j} + z^3 \vec{k}$  через поверхность куба  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq a$ ,  $0 \leq z \leq a$ .
7. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a} = (x - 2z) \vec{i} + (x + 3y - z) \vec{j} + (5x + y) \vec{k}$  по контуру треугольника  $ABC$ , где  $A = (1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ .
8. Вычислите криволинейный интеграл первого рода  $\int_L \frac{y}{\sqrt{x}} dl$ , где  $L$  – дуга полукубической параболы  $y^2 = \frac{4}{9} x^3$ .
9. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L (x + x^3 y - 4 y^2) dl$ , где  $L$  – отрезок прямой, заключенный между точками  $A(0,1)$  и  $B(1,0)$ .
10. Вычислите  $\int_L x^2 dx + y dy + z dz$ , где  $L$  – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = t$   $(0 \leq t \leq \pi)$ .

### Критерии оценки тестовых заданий:

1. Полнота знаний теоретического контролируемого материала.
2. Количество правильных ответов.

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена.

### *Перечень вопросов для подготовки к экзамену:*

1. Определение вектора, геометрическая интерпретация, виды записи вектора, Физический смысл вектора. Сложение и вычитание векторов
2. Скалярное и векторное умножение векторов, смешанное произведение векторов, двойное векторное произведение векторов. Физический и геометрический смысл этих произведений.
3. Векторный базис. Изменение векторного базиса при повороте и смещении декартовой системы координат. Косоугольная система координат. Свободный вектор, скользящий вектор, связанный вектор.
4. Тензор преобразования при переходе от одной к другой косоугольной системе координат. Обозначения. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
5. Определение тензора  $n$ -го ранга. Геометрическое представление матриц тензора второго и тензора третьего ранга. Сложение тензоров. Умножение тензоров. Единичный тензор. Метрический тензор. Матрицы преобразования.
6. Главные оси тензора. Приведение тензора к главным осям. Использование тензора при переходе от ковариантных векторов к контравариантным векторам. Преобразование компонент тензоров и векторов при повороте координатной плоскости.
7. Инварианты тензора. Признак тензорности величины. Инвариантность тензорных уравнений. Линейное  $n$ -мерное пространство. Векторы и тензоры свп – мерном пространстве.
8. Запись угловой скорости, запись момента импульса, запись силы Кориолиса, ротор, градиент, дивергенция, ортогональное преобразования систем координат. Теоремы косинуса и синуса для треугольника в свете действий с векторами.
9. Тензор момента инерции и его изменение при изменении начала отсчета и повороте систем координат. Тензор упругости и обобщенный закон Гука. Тензор деформации. Тензор проводимости анизотропных сред.
10. Криволинейные интегралы I рода: определение, геометрический и физический смысл, свойства, вычисление, приложения криволинейных интегралов I рода.
11. Криволинейные интегралы II рода: определение, физический смысл, свойства, вычисление, приложения криволинейных интегралов II рода.
12. Связь между криволинейными интегралами II рода и двойными интегралами. Связь между криволинейными интегралами I и II рода.
13. Криволинейные интегралы II рода, не зависящие от пути интегрирования: необходимое и достаточное условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования. Необходимое и достаточное условия равенства его нулю по замкнутому контуру.
14. Поверхностные интегралы I рода: определение, геометрический и физический смысл, свойства, вычисление, приложения поверхностных интегралов I рода.
15. Поверхностные интегралы II рода: определение, свойства, вычисление.
16. Связь между поверхностными интегралами I и II рода.
17. Формула Остроградского-Гаусса, формула Стокса (в векторных и скалярных формах).
18. Векторное поле: Определение, основные характеристики (векторные линии, поток и дивергенция, ротор и циркуляция). Типы векторных полей. Скалярное поле. Градиент. Производная по направлению.

## Шкалы оценки образовательных достижений

Баллы (итоговой рейтинговой оценки)	Оценка (балл за ответ на экзамене)	Требования к знаниям
100-90	<i>30-50 баллов</i>	– Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
70-89		– Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
60-69		– Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических заданий.
0-59	<i>0-29 баллов</i>	– Оценка «не удовлетворительно» выставляется студенту, если он не раскрыл основное содержание материала по вопросу; обнаружил незнание или неполное понимание большей или наиболее важной части материала; допустил ошибки в определении понятий, при использовании специальной терминологии, на рисунках, схемах, сопутствующих ответу

### Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

#### Основная литература

1. Гордиенко, А. Б. Основы векторного и тензорного анализа : учебное пособие / А. Б. Гордиенко, М. Л. Золотарев, Н. Г. Кравченко. — Кемерово : КемГУ, 2009. — 131 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/30131/#1>  
Максименко, В. Н. Курс математического анализа : учебник : в 2 частях / В. Н. Максименко, А. Г. Меграбов, Л. В. Павшук. — Новосибирск : НГТУ, [б. г.]. — Часть 2 — 2016. — 519 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/118334/#4>  
Дополнительная литература:
2. Векторный и тензорный анализ : учебное пособие / составители В. А. Кыров, Г. Г. Михайличенко. — Горно-Алтайск : ГАГУ, 2019. — 60 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/159334/#1>
3. Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 160 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/56160/#2>
4. Келлер, И. Э. Тензорное исчисление : учебное пособие / И. Э. Келлер. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 176 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/3814/#4>

5. Малышев, А. И. Основы векторного и тензорного анализа для физиков : учебно-методическое пособие / А. И. Малышев, Г. М. Максимова. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. — 101 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/153472/#1>

### **Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

Лекционные занятия проводятся в специализированных аудиториях, оснащенных мультимедийным оборудованием, предназначенных для проведения занятий лекционного типа.

Практические занятия проводятся в учебной аудитории, предназначенной для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитория оснащена необходимым оборудованием (проектором, доской, компьютером) для проведения занятий с помощью презентаций.

### **Учебно-методические рекомендации для студентов**

#### **1. Указания для прослушивания лекций**

Перед началом занятий внимательно ознакомиться с учебным планом проведения лекций и списком рекомендованной литературы.

Перед посещением очередной лекции освежить в памяти основные концепции пройденного ранее материала. Подготовить при необходимости вопросы преподавателю. Не надо опасаться, что вопросы могут быть простыми.

На лекции основное внимание следует уделять не формулам и математическим выкладкам, а содержанию изучаемых вопросов, определениям и постановкам задач.

В процессе изучения лекционного курса необходимо по возможности часто возвращаться к основным понятиям и методам решения задач (здесь возможен выборочный контроль знаний студентов).

Желательно использовать конспекты лекций, в которых используется принятая преподавателем система обозначений.

Для более подробного изучения курса следует работать с рекомендованными литературными источниками и вновь появляющимися источниками.

#### **2. Указания для участия в практических занятиях**

Перед посещением уяснить тему практического занятия и самостоятельно изучить теоретические вопросы.

В конце практического занятия при необходимости выяснить у преподавателя неясные вопросы.

Основные результаты выполнения работы необходимо распечатать.

#### **3. Самостоятельная работа студентов обычно складывается из нескольких составляющих:**

- работа с текстами: учебниками, историческими первоисточниками, дополнительной литературой, в том числе материалами интернета, а также проработка конспектов лекций;
- написание докладов, рефератов;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к экзамену непосредственно перед ним.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является необходимым компонентом получения полноценного высшего образования.

### **Методические рекомендации для преподавателей**

#### **1. Указания для проведения лекций**

На первой вводной лекции сделать общий обзор содержания курса и отметить новые методы и подходы к решению задач, рассматриваемых в курсе, довести до студентов требования кафедры, ответить на вопросы.

При подготовке к лекционным занятиям необходимо продумать план его проведения, содержание вступительной, основной и заключительной части лекции, ознакомиться с

новинками учебной и методической литературы, публикациями периодической печати по теме лекционного занятия. Уточнить план проведения практического занятия по теме лекции. Перед изложением текущего лекционного материала напомнить об основных итогах, достигнутых на предыдущих лекциях. С этой целью задать несколько вопросов аудитории и осуществить выборочный контроль знания студентов.

В ходе лекционного занятия преподаватель должен назвать тему, учебные вопросы, ознакомить студентов с перечнем основной и дополнительной литературы по теме занятия. Раскрывая содержание учебных вопросов, акцентировать внимание студентов на основных категориях, явлениях и процессах, особенностях их протекания. Раскрывать сущность и содержание различных точек зрения и научных подходов к объяснению тех или иных явлений и процессов.

Следует аргументировано обосновать собственную позицию по спорным теоретическим вопросам. Приводить примеры. Задавать по ходу изложения лекционного материала риторические вопросы и самому давать на них ответ. Это способствует активизации мыслительной деятельности студентов, повышению их внимания и интереса к материалу лекции, ее содержанию. Преподаватель должен руководить работой студентов по конспектированию лекционного материала, подчеркивать необходимость отражения в конспектах основных положений изучаемой темы, особо выделяя, категориальный аппарат. В заключительной части лекции необходимо сформулировать общие выводы по теме, раскрывающие содержание всех вопросов, поставленных в лекции. Объявить план очередного практического занятия, дать краткие рекомендации по подготовке студентов к практическому занятию. Определить место и время консультации студентам, пожелавшим выступить с докладами и рефератами.

На последней лекции уделить время для обзора наиболее важных положений, рассмотренных в курсе.

## 2. Указания для проведения практических занятий

Четко обозначить тему практического занятия.

Обсудить основные понятия, связанные с темой занятия.

В процессе решения задач вести дискуссию со студентами о правильности применения теоретических знаний.

Отмечать студентов, наиболее активно участвующих в решении задач и дискуссиях.

В конце практического занятия задать аудитории несколько контрольных вопросов.

## 3. Указания по контролю самостоятельной работы студентов

По усмотрению преподавателя задание на самостоятельную работу может быть индивидуальным или фронтальным.

При использовании индивидуальных заданий требовать от студента письменный отчет о проделанной работе.

При применении фронтальных заданий вести коллективные обсуждения со студентами основных теоретических положений.

С целью контроля качества выполнения самостоятельной работы требовать индивидуальные отчеты (допустимо вместо письменного отчета применять индивидуальные контрольные вопросы).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС НИЯУ МИФИ и учебным планом основной образовательной программы по специальности 14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг

Рабочую программу составил доцент Барановская Л.В.

Рецензент профессор Чернова Н.М.

Программа одобрена на заседании УМКС 14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг.

Председатель учебно-методической комиссии Ефремова Т. А.